



## Как найти площадь геометрической фигуры по координатам?

3

[Ксарфакс \[155K\]](#) 5 лет назад

Площадь по заданным координатам.

Как найти (вычислить) площадь фигуры (треугольник, четырехугольник, трапеция, многоугольник и др.) по координатам?

Какие есть формулы и методы, позволяющие находить площадь через координаты?

бонус за лучший ответ (выдан): 5 кредитов

[подробнее о бонусах](#)

тэги: [геометрия](#), [координаты](#), [площадь](#), [площадь по координатам](#), [площадь фигуры](#)

категория: [образование](#)

в избранное

[комментировать](#) [ответить](#)

10 ответов:

[по рейтингу](#)

[новые выше](#)

[старые выше](#)

[Вова маленький \[164K\]](#)

5 лет назад

11

Для вычисления площади простого многоугольника с любым количеством вершин, представленных в виде списка координат, при последовательном обходе которых, не образуются пересекающиеся линии, применяется формула Гаусса, иначе называемая "формулой землемера", "формулой геодезиста", "формулой шнурования", "алгоритмом шнурования", а так же "методом треугольников".

$$S = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - \dots - x_n y_{n-1} - x_1 y_n|$$

Суть метода заключается в построении треугольников, состоящих из сторон многоугольника и лучей проведённых из начала координат к вершинам многоугольника, и сложении площадей треугольников, включающих внутреннюю часть многоугольника с вычитанием площадей треугольников, расположенных снаружи.

Площадь, вычисленная по приведенной формуле, будет иметь отрицательное значение при обходе фигуры по часовой стрелке и положительное при обходе против часовой стрелки.

Фигура многоугольника может иметь произвольную геометрию. Например:

Смотрите также:

[В какой месяц 2022 года вписана фигура наибольшей площади \(см\)?](#)

[Как описать Дворцовую площадь по фотографиям и своим впечатлениям?](#)

[Как найти площадь синей фигуры, если площади желтого и зеленого тр. \(см\)?](#)

[Чему равна площадь ограниченной линией  \$|X| + |Y-X| = 2\$ ?](#)

[Чем объем фигуры отличается от площади?](#)

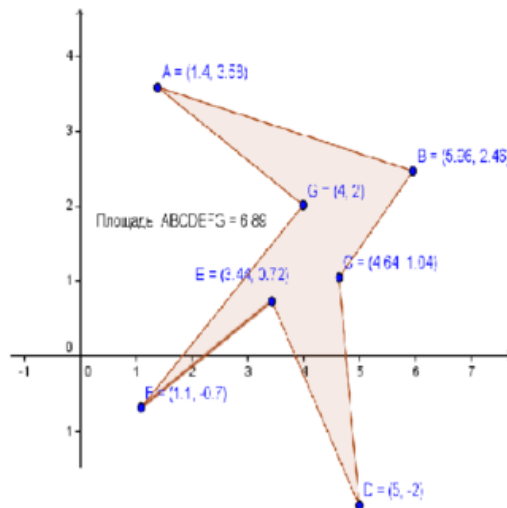
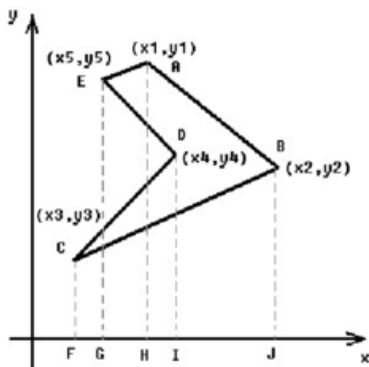
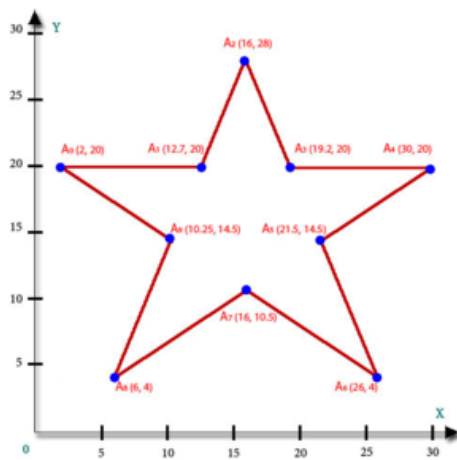
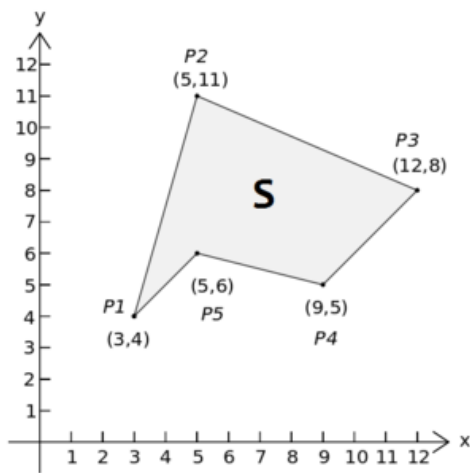
[0.5 квадратных метра это сколько? Почему?](#)

[На рисунке изображён график функции...Как найти площадь закрашенной фигуры?](#)

[Как найти площадь всех квадратов в геометрич. прогрессии?](#)

[Можно ли вычислять площадь фигуры путем подсчета клеток \(см\)?](#)

[Как найти площадь закрашенной части фигуры \(см\)?](#)



Список координат многоугольника представлен в виде массива: (x1, y1), (x2, y2), (x3, y3),...(xn, yn).

Для многоугольника на первом рисунке он задан точками: (3,4), (5,11), (12,8), (9,5), (5,6). Его площадь будет равна:

$$S = \frac{1}{2} |3 \times 11 + 5 \times 8 + 12 \times 5 + 9 \times 6 + 5 \times 4 - 4 \times 5 - 11 \times 12 - 8 \times 9 - 5 \times 5 - 6 \times 3| = \frac{60}{2} = 30$$

Существует также метод трапеций, основанный на сложении и вычитании площадей трапеций, образованных каждой из сторон многоугольника, её проекцией на ось абсциссы и перпендикулярами, опущенных из вершин на абсциссу. При обходе вершин по часовой стрелке учитывается величина координаты вершин. Если первая вершина меньше второй, то площадь трапеции прибавляется, если нет, то отнимается.

Для многоугольника ABCDE на левом нижнем рисунке существует 5 трапеций : ABJH, CBJF, CDIF, EDIG и EAHG.

Так как  $x_1 < x_2$ ,  $x_3 < x_4$  и  $x_5 < x_1$ , то площади трапеций ABJH, CDIF и EAHG складываются, а  $x_3 > x_4$  и  $x_4 < x_5$ , следовательно, площади трапеций CBJF и EDIG вычитаются:

$$S = S(ABJH) - S(CBJF) + S(CDIF) - S(EDIG) + S(EAHG)$$

Площади трапеций рассчитываются по формуле:

$$\text{Трапеции} = \frac{1}{2} \cdot (a+b) \cdot h,$$

где a, b – основания трапеции,

h – высота трапеции.

Значения a, b и h вычисляются по координатам.

В декартовых координатах круг может быть представлен двумя точками: центр A и любая точка B, лежащая на окружности. Для расчета площади круга необходимо вычислить его радиус по формуле:

$$AB = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$$

автор вопроса выбрал этот ответ лучшим

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



Ксarfакс [155K]  
4 года назад

7

Если известны координаты всех вершин, то площадь заданной геометрической фигуры (треугольника, прямоугольника, трапеции, ромба и т.д.) можно найти по стандартным формулам. Но предварительно нужно найти длину сторон, диагоналей и т.п. (всё зависит от фигуры) с помощью формулы нахождения длины отрезка по заданным координатам.

Эта формула выглядит следующим образом:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Здесь:

AB - отрезок,

точка А имеет координаты (x1, y1),

точка В имеет координаты (x2, y2).

---

Рассмотрим несколько примеров.

1) Треугольник ABC имеет координаты A(2,3); B(6,7); C(5,0). Его площадь можно найти по формуле Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Здесь:

S - площадь треугольника,

a, b, c - стороны,

p - полупериметр, который равен половине суммы сторон a, b и c.

Найдём, чему равны стороны треугольника по формуле нахождения длины отрезка по координатам:

$$AB = \sqrt{(4^2 + 4^2)} = \sqrt{32} \approx 5,66.$$

$$AC = \sqrt{(3^2 + (-3)^2)} = \sqrt{18} \approx 4,24.$$

$$BC = \sqrt{((-1)^2 + (-7)^2)} = \sqrt{50} \approx 7,07.$$

Полупериметр треугольника будет равен  $(5,66 + 4,24 + 7,07) / 2 \approx 16,97 / 2 \approx 8,49$ .

Отсюда площадь треугольника ABC  $\approx \sqrt{(8,49 * 2,83 * 4,25 * 1,42)} \approx \sqrt{145} \approx 12,04$ .

2) Ромб ABCD имеет координаты A(1,2); B(3,4); C(5,2); D(3,0). Площадь можно найти через диагонали:

$$S = 0,5 * d_1 * d_2$$

Здесь:

S - площадь ромба,

d1 и d2 - диагонали.

Таким образом, нам нужно найти диагонали AC и BD.

$$AC = \sqrt{(4^2 + 0)} = \sqrt{16} = 4.$$

$$BD = \sqrt{(0 + (-4)^2)} = \sqrt{16} = 4.$$

Отсюда площадь ромба ABCD =  $0,5 * 4 * 4 = 8$ .

3) Трапеция ABCD имеет координаты A(1,1); B(3,4); C(5,4); D(6,1). Стандартная формула площади трапеции такая:

$$S = h * \frac{a + b}{2}$$

Здесь:

S - площадь трапеции,

a и b - основания,

h - высота.

Высота трапеции (пусть это будет BE) - это перпендикуляр, который был опущен из вершины трапеции (из точки В) на её основание (в нашем случае это AD).

Определим координаты её отрезка:

- координаты первой точки совпадают с точкой В, это (3,4).
- координаты 2 точки (точка Е) будут (3,1) - так как абсцисса совпадает с абсциссой точки В, а ордината совпадает с ординатой точек А и D.

$$\text{Высота трапеции BE} = \sqrt{(0 + (-3)^2)} = \sqrt{9} = 3.$$

Теперь посчитаем длину оснований:

$$BC = \sqrt{(2^2 + 0)} = \sqrt{4} = 2.$$

$$AD = \sqrt{(5^2 + 0)} = \sqrt{25} = 5.$$

Таким образом, площадь трапеции ABCD =  $3 * 0,5 * (2 + 5) = 10,5$ .

---

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



[Степан-16 \[34.4K\]](#)

5 лет назад

Первоначально нужно вычислить длины сторон. В этом здесь будет основная задача. Получив стороны, вычисляем площади по стандартным формулам.

Самый простой случай - для прямоугольника, когда его стороны параллельны осям координат. Тогда одна сторона будет равна разнице абсцисс, вторая ординат.

Треугольник. Допустим, основание параллельно оси абсцисс. Вычисляем его длину, как разницу абсцисс. Далее нужно найти высоту. Она будет равна разнице ординат третьей вершины и ординаты любой из вершин основания. Затем - площадь по формуле: половина произведения основания на высоту.

И т.д.

Если же стороны фигуры не параллельны осям, то находить длины сторон придется уже более сложными расчетами. Допустим, прямоугольник. Первую сторону будем искать, как если бы она была гипотенузой в составе прямоугольного треугольника. Каждая сторона будет равна квадратному корню из суммы квадратов абсцисс и ординат концов отрезков стороны.

Так и для любой фигуры. Вначале определяем длины сторон как гипотенузу треугольника. После чего применяем стандартные формулы площадей.

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



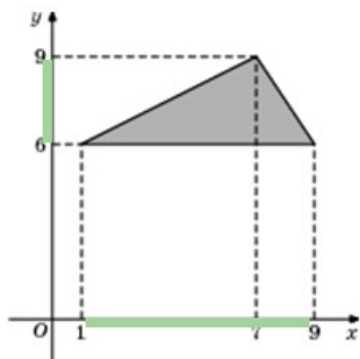
**Эления** [443K]

2 года назад

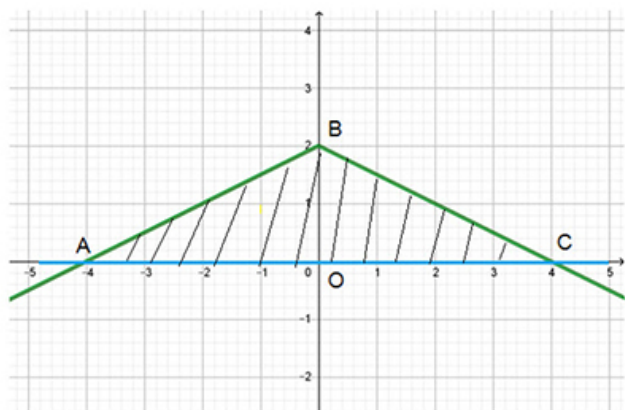
3

Рассчитать площадь какой угодно геометрической фигуры, зная координаты, не составляет сложности. Каждая из точек, соответствующая вершинам искомой фигуры, будь это треугольник, четырех- или многоугольник, имеет определенную координату, а значит у нее есть значение, через которое можно рассчитать площадь.

Координаты, как найти на графике, чтобы узнать площадь фигуры? Проецируем на оси абсцисс и ординат прямые, проведя перпендикуляр из каждой точки. Полученные значения будут исходной величиной. Каждая из сторон фигуры - это разница двух точек на горизонтальную и вертикальную оси. Разница между значениями означает длину стороны фигуры. А зная все стороны и их значение, по формуле находим площадь.



Пример 1. Ищем площадь треугольника.



Мы видим два отрезка зеленого цвета АВ и ВС, которые образуют стороны равнобедренного треугольника, а основание есть отрезок на оси абсцисс АС.

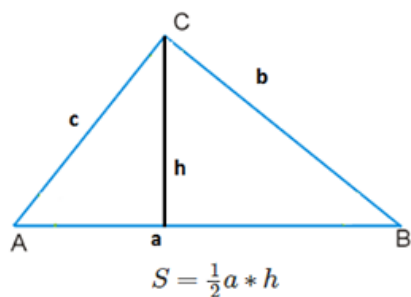
Даны значения: АС основание в промежутке от "-4" до "+4", то есть длина основания равна восьми.

Будет лучше, если посчитать площадь этого треугольника, как сумму из образовавших его двух треугольников, которые являются прямыми, АВО и ВОС, совпадающие прямым углом с координатой "0" на графике.

Известна длина каждой из сторон, образующих прямой угол (АО или ОС)  $x = 4 - 0 = 4$  и  $y = 2 - 0 = 2$  (ВО).

Зная длину двух сторон, образующих прямой угол (АО и ВО), находим длину основания (АВ или ВС). Тогда уже знаем все длины каждой из сторон обоих прямых треугольников. Остается только найти площадь по

формуле:



Зная площадь каждого из прямых треугольников, умножаем на два, получаем сумму заштрихованного треугольника на графике ABC.

И еще математически можно записать решение следующим образом, исходя из того, что имеем изначально следующую систему неравенств:

$$\begin{cases} |x| + 2y \leq 4 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

**Решение.**

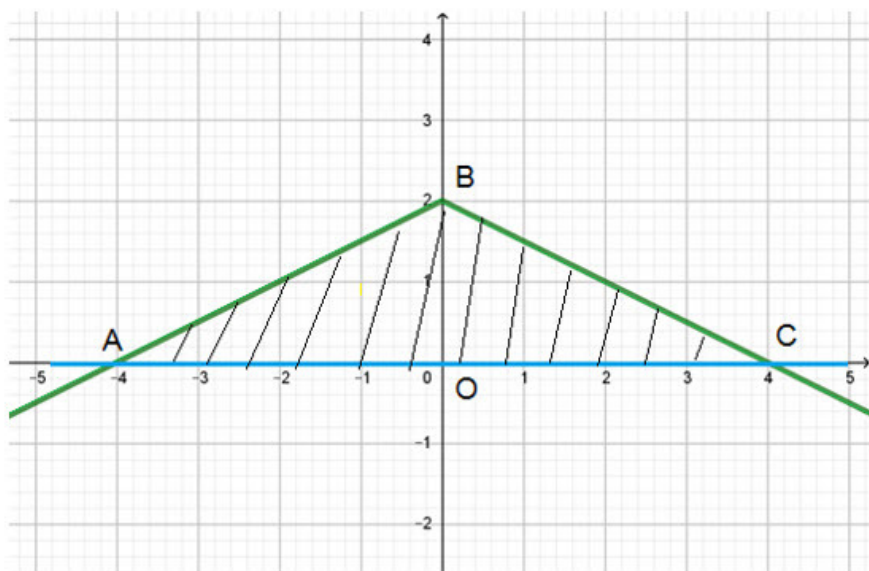
$$\begin{cases} |x| + 2y \leq 4, \\ y \geq 0. \end{cases}$$

Строим графики функций:

$y \leq -\frac{1}{2}|x| + 2$  — отмечаем нижнюю часть плоскости;

$y \geq 0$  — верхняя полуплоскость.

Получили равнобедренный треугольник ABC.

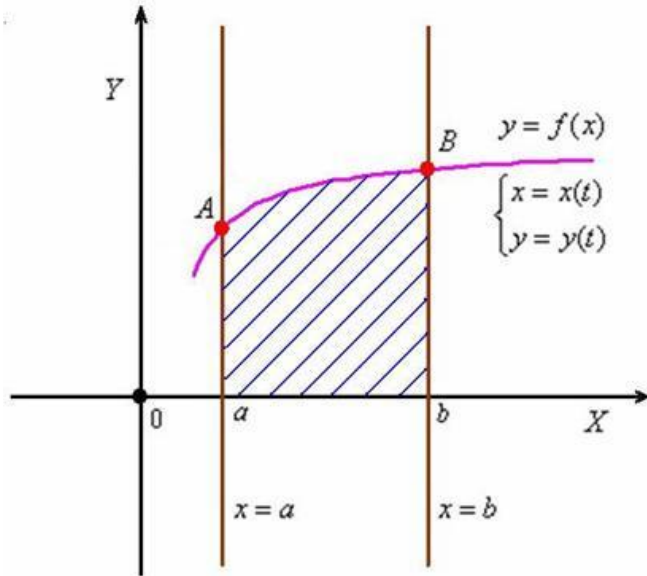


Найдем площадь получившегося треугольника:

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BO = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 = 8.$$

Ответ: 8.

Пример 2.



Пример 3. Есть парабола, ищем площадь фигуры, ограниченную кривой параболы. Чтобы посчитать, используем интеграл.

**Задача.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = (x + 3)(3 - x)$ ,  $y = 4$  и  $x = 3$

**Решение.**

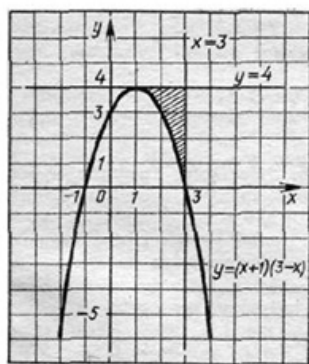


График функции  $y = (x + 3)(3 - x)$   
 $y = -x^2 + 2x + 3$

или

Координаты вершины параболы  
 $B(1;4)$

Искомая площадь равна разности  
 площадей криволинейных

$$S_{\text{фигуры}} = \int_0^3 (4 - (-x^2 + 2x + 3)) dx = 2\frac{2}{3}$$

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



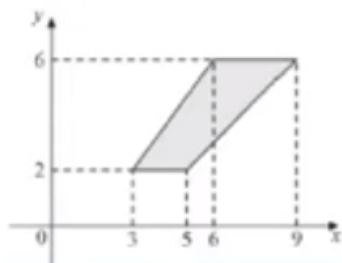
**Бекки Шарп [70.9К]**

2 года назад

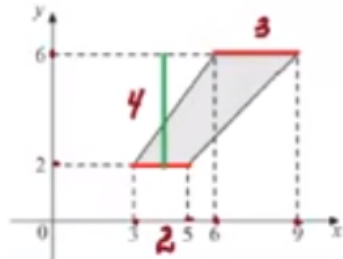
3

Рассмотрим простой случай, где буквально на пальцах можно посчитать площадь через обычную формулу, а затем применим к этой задаче формулу Гаусса.

У нас есть трапеция, у которой известны координаты вершин. (3:2) (5:2) (9:6) (6:6). Мы знаем, что площадь трапеции равна сумме оснований, деленной на 2 и умноженной на высоту.



$S = (a+b)/2 \times h$  Считаем площадь:  $S = (3+2):2 \times 4 = 10$ . Ответ - 10.



А теперь по теореме Гаусса.

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} x_i y_{i+1} + x_n y_1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{i+1} y_i - x_1 y_n \right| =$$

$$= \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - \dots - x_n y_{n-1} - x_1 y_n|,$$

Не смотря на страшный вид, формула очень простая. В квадратных скобках мы перемножаем абсциссу первой точки с ординатой второй, прибавляем абсциссу второй, умноженную на ординату третьей и так идем по кругу фигуры. Далее вычитаем ординату первой умноженную на абсциссу второй и т.д. В квадратных скобках у нас может получиться отрицательное число.

$$S = 0,5 \times [3 \times 6 + 6 \times 6 + 9 \times 2 + 5 \times 2 - 2 \times 6 - 6 \times 9 - 6 \times 5 - 2 \times 3] = 10$$

Таким образом можно найти площадь любой сложной фигуры, зная ее координаты.

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



**dydySacha** [10.7K]

5 лет назад

2

Можно взять миллиметровку и нанести точки с заданными координатами, согласно осей абсцисс и ординат. Соединить эти точки между собой и замерить длины образовавшихся сторон, а с помощью формулы по определению площади образовавшейся фигуры узнать её значение подставив данные в эту формулу.

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



**Алиса в Стране** [345K]

2 года назад

1

Существует специальная формула, называемая формулой Гаусса, она и позволит нам определить искомую площадь по координатам. Вот как эта формула выглядит:

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} x_i y_{i+1} + x_n y_1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{i+1} y_i - x_1 y_n \right| =$$

$$= \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - \dots - x_n y_{n-1} - x_1 y_n|,$$

где

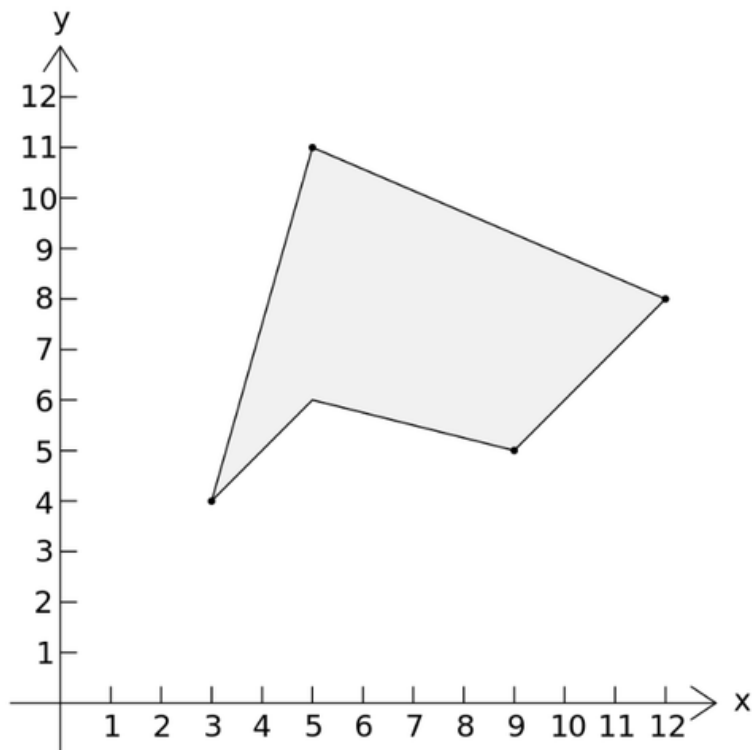
$A$  — площадь многоугольника,

$n$  — количество сторон многоугольника,

$(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$  — координаты вершин многоугольника.

Формула выглядит немного устрашающе, но давайте попробуем в ней разобраться. У нас есть многоугольник и есть его координаты, подсчитать  $n$  - количество сторон многоугольника несложно, а дальше просто нужно подставлять значения в эту формулу, нужно только быть внимательным и не перепутать какие координаты куда надо писать.

Давайте теперь приведем пример нахождения такой площади через формулу Гаусса. Допустим, у нас есть вот такой пятиугольник:



Координаты его пяти вершин, как мы видим: (3, 4), (5, 11), (12, 8), (9, 5), (5, 6).

Теперь нам остается только очень внимательно подставить эти координаты в нашу формулу,  $n = 5$ , координаты известны, вот что у нас получится:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} | 3 \times 11 + 5 \times 8 + 12 \times 5 + 9 \times 6 + 5 \times 4 - \\
 &\quad - 4 \times 5 - 11 \times 12 - 8 \times 9 - 5 \times 5 - 6 \times 3 | = \\
 &= \frac{60}{2} = 30.
 \end{aligned}$$

Когда разбираешься в этой формуле, понимаешь, насколько она проста и даже легко запоминается, несмотря на то, что сначала кажется очень сложной.

[в избранное](#)

[ссылка](#)

[отблагодарить](#)

[комментировать](#)



[duselldorf \[4.2K\]](#)

4 года назад

1

Для вычисления площади геометрической фигуры по координатам ее вершин, нужно воспользоваться формулой Гаусса, иногда ее называют формулой землемера или формулой геодезиста, так как она применяется геодезистами для определения площади земельного участка, например, при межевании:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} x_i y_{i+1} + x_n y_1 - \sum_{i=1}^{n-1} x_{i+1} y_i - x_1 y_n \right| \\
 &= \frac{1}{2} | x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - \dots - x_n y_{n-1} - x_1 y_n |
 \end{aligned}$$

где

$A$  - площадь многоугольника с заданными координатам его вершин,

$n$  - количество сторон многоугольника,

$(x_i, y_i)$  - координаты вершин многоугольника,

$i = 1, 2, \dots, n$  — номер вершины многоугольника.

[в избранное](#)

[ссылка](#)

[отблагодарить](#)

[комментировать](#)



[Бархатные лапки \[366K\]](#)

2 года назад

0

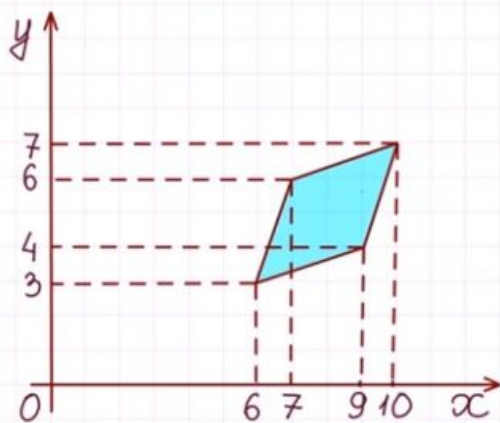


Находим площадь вот такого несложного четырехугольника. Координаты его вершин нам известны. Применяем формулу Гаусса, которая выглядит так:

$$S = \frac{1}{2} |x_1 y_2 + x_2 y_3 + \dots + x_{n-1} y_n + x_n y_1 - x_2 y_1 - x_3 y_2 - \dots - x_n y_{n-1} - x_1 y_n|$$

$S$  (площадь) =  $0,5 [6 \times 4 + 9 \times 7 + 10 \times 6 + 7 \times 3 - 3 \times 9 - 4 \times 10 - 7 \times 7 - 6 \times 6] = 8$  (квадратных единиц)

Найдите площадь четырехугольника, вершины которого имеют координаты (6;3), (9;4), (10;7), (7;6).



Как видим если применять при решении формулу Гаусса то решить такую задачу несложно.

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать



СТЭЛС [267K]

2 года назад

0

Не вижу здесь серьезных проблем. Мы, как я понял, имеем готовые точки координат, которые нужно проставить на координатной плоскости. Далее, соединяя эти точки, получаем фигуру, как в примере вопроса - квадрат, треугольник и т.п.

Теперь вычисляем площадь любой из полученных фигур по формуле ей соответствующей.

в избранное

ссылка

отблагодарить

комментировать

Знаете ответ?

добавить: [ссылку](#) | [фото](#) | [видео](#) | [аудио](#) | [карту](#)

Отправить ответ

0 [нужна помощь?](#)

Нравится

3

[Tweet](#)

Есть интересный вопрос? За  
нашему сообществу, у нас не  
найдется ответ!

ВОПРОСЫ

- Свежие
- С бонусами
- Без ответов
- Задать вопрос
- Пульс проекта

СООБЩЕСТВО

- Авторы
- Награды
- Тэги
- Наши модераторы
- Сейчас online